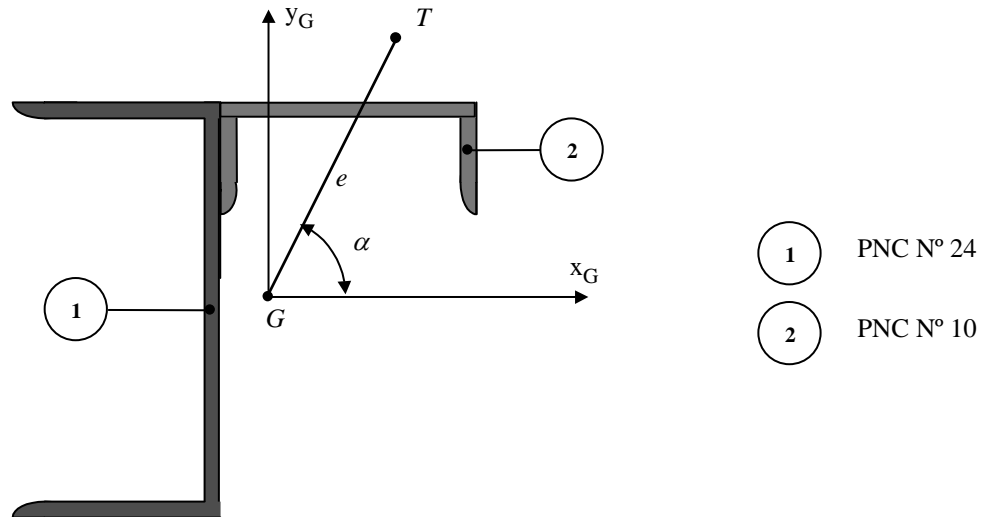


Ejercicio N° 4- Enunciado

La estructura de acero, construida con perfiles laminados, está sometida a una carga de compresión aplicada en el punto T según se indica en la figura 4.1.

**Figura 4.1**

P	$e = \overline{TG}$	α
kN	cm	$^{\circ}$
-100	16	70

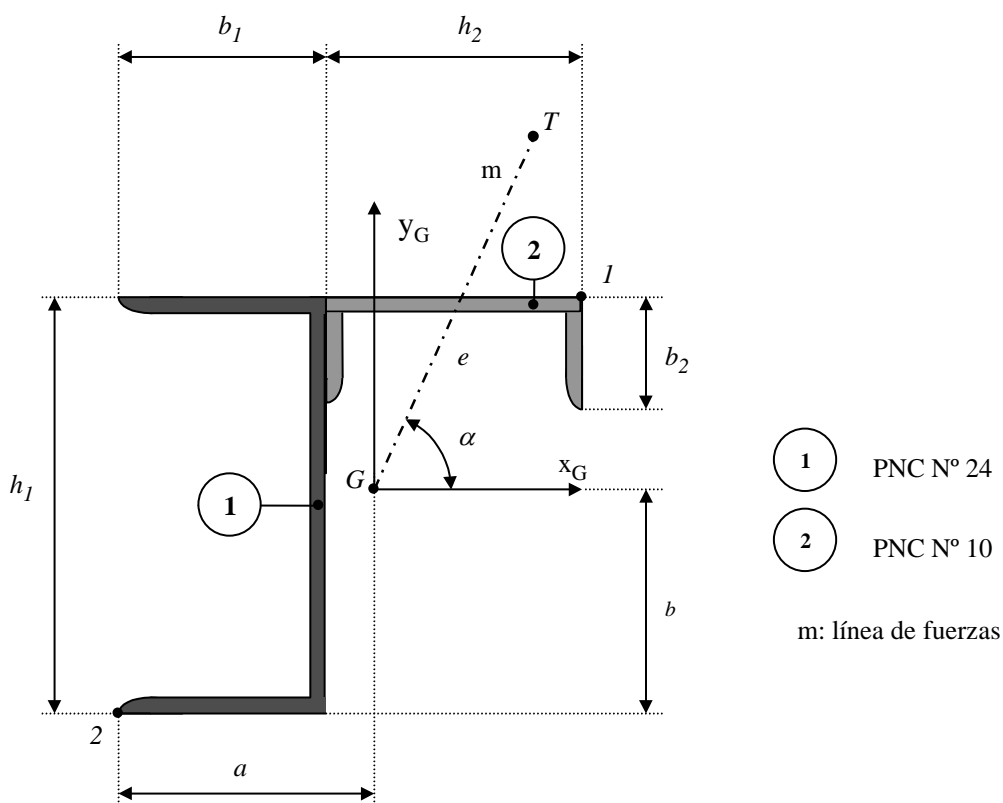
Tabla 4.1

Se solicita determinar:

1. Las tensiones normales máximas y mínimas utilizando la expresión generalizada de la flexión compuesta
2. La posición del eje neutro mediante la ecuación generalizada del mismo
3. La pendiente del eje neutro por medio de su expresión general
4. Verificar los valores obtenidos en los puntos anteriores utilizando la circunferencia de Mohr y realizar un cuadro comparativo de valores
5. Utilizando la expresión que toma al eje baricéntrico (n') paralelo al eje neutro y a la línea de fuerzas (m) como ejes de referencia:
 - 5.1. Las tensiones normales máxima y mínima
 - 5.2. La posición del eje neutro
 - 5.3. Realizar un cuadro comparativo de valores

Ejercicio N°4 – Resolución**1. Cálculo de las tensiones normales máximas y mínimas utilizando la expresión generalizada de la flexión compuesta**

Dichas tensiones se producen en los puntos 1(x_1 y_1) y 2(x_2 y_2) de la sección transversal. Los datos en este caso son, de acuerdo con el Ejercicio N°4 del trabajo práctico “Geometría de las masas”:

**Figura 4.2**

$$h_1 = 24 \cdot \text{cm}$$

$$b_1 = 8,5 \cdot \text{cm}$$

$$h_2 = 10 \cdot \text{cm}$$

$$b_2 = 5,0 \cdot \text{cm}$$

$$F = 55,8 \cdot \text{cm}^2$$

$$J_{xG} = 4745 \cdot \text{cm}^4$$

$$a = 8,02 \cdot \text{cm}$$

$$J_{yG} = 989 \cdot \text{cm}^4$$

$$b = 14,53 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xGyG} = 773 \cdot \text{cm}^4$$

En consecuencia,

$$x_2 = a = 8,02 \cdot \text{cm}$$

$$y_2 = b = 14,53 \cdot \text{cm}$$

$$x_1 = (b_1 + h_2) - a = (8,5 + 10) - 8,02 = 10,48 \cdot \text{cm}$$

$$y_1 = (h_1 - b) = 24 - 14,53 = 9,47 \cdot \text{cm}$$

En tanto que, siendo la excentricidad e igual a 16 cm y el ángulo α de 70° ,

$$x_T = e \cdot \cos(\alpha) = 16 \cdot \cos(70^\circ)$$

$$x_T = 5,47 \cdot \text{cm}$$

$$y_T = e \cdot \sin(\alpha) = 16 \cdot \sin(70^\circ)$$

$$y_T = 15,04 \cdot \text{cm}$$

La tensión normal en el punto 1 estará dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)} &= \frac{P}{F} + P \cdot \left(\frac{J_{xG} \cdot x_T - J_{xGyG} \cdot y_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot x_1 + \frac{J_{yG} \cdot y_T - J_{xGyG} \cdot x_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot y_1 \right) \\ \sigma_z^{(1)} &= \frac{(-100)}{55,8} + (-100) \cdot \left(\frac{4745 \cdot 5,47 - 773 \cdot 15,04}{4745 \cdot 989 - 773^2} \cdot 10,48 + \frac{989 \cdot 15,04 - 773 \cdot 5,47}{4745 \cdot 989 - 773^2} \cdot 9,47 \right) \\ \sigma_z^{(1)} &= -1,79 - 100 \cdot \left(\frac{14329,23}{4095276} \cdot 10,48 + \frac{10646,25}{4095276} \cdot 9,47 \right) \\ \sigma_z^{(1)} &= -1,79 - 100 \cdot (0,0367 + 0,0246) \\ \sigma_z^{(1)} &= -7,92 \cdot \text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

La tensión normal en el punto 2 estará dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(2)} &= \frac{P}{F} + P \cdot \left(\frac{J_{xG} \cdot x_T - J_{xGyG} \cdot y_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot x_2 + \frac{J_{yG} \cdot y_T - J_{xGyG} \cdot x_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot y_2 \right) \\ \sigma_z^{(2)} &= \frac{(-100)}{55,8} + (-100) \cdot \left(\frac{4745 \cdot 5,47 - 773 \cdot 15,04}{4745 \cdot 989 - 773^2} \cdot (-8,02) + \frac{989 \cdot 15,04 - 773 \cdot 5,47}{4745 \cdot 989 - 773^2} \cdot (-14,53) \right) \\ \sigma_z^{(2)} &= -1,79 - 100 \cdot \left(-\frac{14329,23}{4095276} \cdot 8,02 - \frac{10646,25}{4095276} \cdot 14,53 \right) \\ \sigma_z^{(2)} &= -1,79 - 100 \cdot (-0,0281 - 0,0378) \\ \sigma_z^{(2)} &= 4,80 \cdot \text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

2. Cálculo de la posición del eje neutro, mediante la expresión generalizada del mismo

Teniendo en cuenta la ecuación generalizada del eje neutro

$$0 = \frac{1}{F} + \frac{J_{xG} \cdot x_T - J_{xGyG} \cdot y_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot x_n + \frac{J_{yG} \cdot y_T - J_{xGyG} \cdot x_T}{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2} \cdot y_n$$

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 4</i>	<i>4/4</i>
--	-------------	------------

Las coordenadas al origen x_n e y_n del eje neutro serán :

Para $x_n = 0$

$$y_n = -\frac{1}{F} \cdot \frac{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2}{J_{yG} \cdot y_T - J_{xGyG} \cdot x_T} = -\frac{1}{55,8} \cdot \frac{4745 \cdot 989 - 773^2}{989 \cdot 15,04 - 773 \cdot 5,47} = -\frac{1}{55,8} \cdot \frac{4095276}{10646,25}$$

$$y_n = -6,90 \cdot cm$$

Para $y_n = 0$

$$x_n = -\frac{1}{F} \cdot \frac{J_{xG} \cdot J_{yG} - J_{xGyG}^2}{J_{xG} \cdot x_T - J_{xGyG} \cdot y_T} = -\frac{1}{55,8} \cdot \frac{4745 \cdot 989 - 773^2}{4745 \cdot 5,47 - 773 \cdot 15,04} = -\frac{1}{55,8} \cdot \frac{4095276}{14329,23}$$

$$x_n = -5,12 \cdot cm$$

3. Cálculo de la pendiente del eje neutro, mediante su expresión general

Teniendo en cuenta que

$$\tan(\beta) = \frac{J_{xG} - J_{xGyG} \cdot \tan(\alpha)}{J_{xGyG} - J_{yG} \cdot \tan(\alpha)}$$

reemplazando valores:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{J_{xG} - J_{xGyG} \cdot \tan(\alpha)}{J_{xGyG} - J_{yG} \cdot \tan(\alpha)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4745 - 773 \cdot \tan(70^\circ)}{773 - 989 \cdot \tan(70^\circ)} \right) = \tan^{-1} \left(-\frac{2621,20}{1944,26} \right) = \tan^{-1}(-1,3482)$$

$$\beta = -53^\circ \quad 26'$$

4. Circunferencia de Mohr

$$\begin{aligned} Esc_L &= 2,66 \cdot \text{cm}/\text{cm} \\ Esc_J &= 666,7 \cdot \text{cm}^4/\text{cm} \\ Esc_σ &= 3,33 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}^{-2}/\text{cm} \end{aligned}$$

Datos

$$\begin{aligned} \overline{GA} &= J_{yG} = 989 \cdot \text{cm}^4 \\ \overline{AB} &= J_{xG} = 4745 \cdot \text{cm}^4 \\ \overline{AP} &= J_{xGyG} = 773 \cdot \text{cm}^4 \\ \alpha &= 70^\circ \\ \overline{GT} &= e = 16 \cdot \text{cm} \\ \overline{UG}' &= i_n' = 7,39 \cdot \text{cm} \\ \overline{QR} &= \sigma_z^{(G)} = -1,79 \cdot \text{kN}/\text{cm}^2 \end{aligned}$$

Resultados

$$\begin{aligned} \overline{GH} &= x_n = -5,2 \cdot \text{cm} \\ \overline{GV} &= y_n = -6,9 \cdot \text{cm} \\ \beta &= -53^\circ \\ \varphi &= 56^\circ \\ \overline{M_1 N_1} &= \sigma_z^{(1)} = -7,9 \cdot \text{kN}/\text{cm}^2 \\ \overline{M_2 N_2} &= \sigma_z^{(2)} = 4,8 \cdot \text{kN}/\text{cm}^2 \\ \overline{D'P} &= J_{n'} = 3050 \cdot \text{cm}^4 \\ \overline{T'G'} &= d = 13,3 \cdot \text{cm} \\ \overline{G'K} &= s = -4,1 \cdot \text{cm} \\ n_1' &= 14,1 \cdot \text{cm} \\ n_2' &= 15,1 \cdot \text{cm} \\ i_{n'} &= \sqrt{\frac{J_{n'}}{F}} = \sqrt{\frac{3050}{55,8}} = 7,39 \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

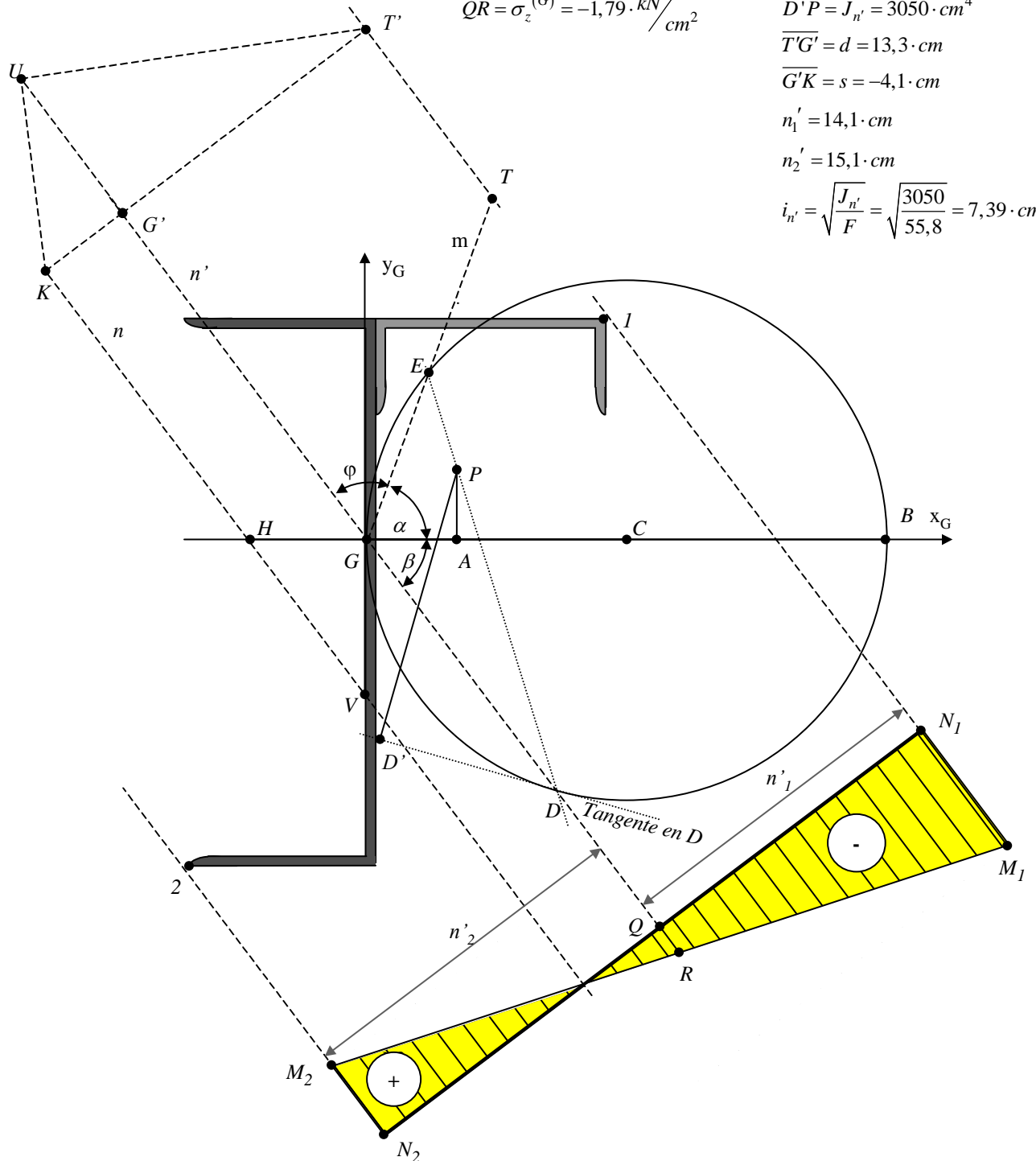


Figura 4.3

Cuadro comparativo de valores

Expresión generalizada					Circunferencia de Mohr				
$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	x_n	y_n	β	$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	x_n	y_n	β
kN/cm^2	kN/cm^2	cm	cm		kN/cm^2	kN/cm^2	cm	cm	
-7,92	4,80	-5,12	-6,90	-53°26'	-7,9	4,8	-5,2	-6,9	-53°

Tabla 4.2

5. Utilizando la expresión que toma al eje baricéntrico (n') paralelo al eje neutro y a la línea de fuerzas (m) como ejes de referencia:

5.1. Cálculo de las tensiones normales máxima y mínima

Las tensiones normales en los puntos 1 y 2 están dadas por las siguientes expresiones

$$\sigma_z^{(1)} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot d}{J_{n'}} \cdot n_1' \quad (1)$$

$$\sigma_z^{(2)} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot (-d)}{J_{n'}} \cdot n_2' \quad (2)$$

Donde se tiene:

Por un lado

$$\varphi = 180^\circ - (70^\circ + 53^\circ \quad 26') = 56^\circ \quad 34'$$

De acuerdo con la circunferencia de Mohr:

$$n_1' = 14,1 \cdot cm$$

$$n_2' = 15,1 \cdot cm$$

Además,

$$d = e \cdot \sin(\varphi) = 16 \cdot \sin(56^\circ \quad 34') = 13,36 \cdot cm$$

Por otro lado,

$$J_{n'} = J_{xG} \cdot \cos^2(\beta) + J_{yG} \cdot \sin^2(\beta) - J_{xGyG} \cdot \sin(2 \cdot \beta)$$

$$J_{n'} = 4745 \cdot \cos^2(-53^\circ \quad 26') + 989 \cdot \sin^2(-53^\circ \quad 26') - 773 \cdot \sin(2 \cdot (-53^\circ \quad 26'))$$

$$J_{n'} = 1684 + 638 - (-740)$$

$$J_{n'} = 3062 \cdot cm^4$$

Reemplazando en las expresiones (1) y (2), respectivamente:

$$\sigma_z^{(1)} = \frac{(-100)}{55,8} + \frac{(-100) \cdot 13,36}{3062} \cdot 14,1 = -1,79 - 6,15$$

$$\sigma_z^{(1)} = -7,94 \cdot \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_z^{(2)} = \frac{(-100)}{55,8} + \frac{(-100) \cdot (-13,36)}{3062} \cdot 15,1 = -1,79 + 6,59$$

$$\sigma_z^{(2)} = 4,80 \cdot kN/cm^2$$

5.2. Cálculo de la posición del eje neutro:

Teniendo en cuenta que

$$d \cdot s = -i_n'^2$$

y siendo:

$$i_n'^2 = \frac{J_{n'}}{F} = \frac{3062}{55,8} = 54,87 \cdot cm^2 \quad i_n' = 7,41 \cdot cm$$

Se tiene que

$$s = \frac{-i_n'^2}{d} = \frac{-54,87}{13,36} = -4,11 \cdot cm$$

5.3. Cuadro comparativo de valores

Expresión con ejes n' y m			Circunferencia de Mohr		
$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	s	$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	s
kN/cm^2	kN/cm^2	cm	kN/cm^2	kN/cm^2	cm
-7,94	4,80	-4,11	-7,9	4,8	-4,10

Tabla 4.3